

Umiejętność 2.23 - Rozwiązywanie Złożonych Nierówności z Wartością Bezwzględną za pomocą Interpretacji Geometrycznej

Umiejętność wymaga: 1.11 2.19 2.21 2.22

Rozwiązywanie Złożonych Nierówności z Wartością Bezwzględną za pomocą Interpretacji Geometrycznej

Nierówności z wartością bezwzględną typu $|x \pm a|$ ($>$, $<$, $\geq$, $\leq$) b można zinterpretować geometrycznie jako odległość między liczbą x a pewną liczbą a na osi liczbowej. Wartość bezwzględna $|x - a|$ oznacza odległość liczby x od liczby a .

- Nierówność $|x - a| < b$ oznacza, że x jest w odległości mniejszej niż b jednostek od liczby a .
- Nierówność $|x - a| \leq b$ oznacza, że x jest w odległości mniejszej lub równej b jednostkom od liczby a .
- Nierówność $|x - a| > b$ oznacza, że x jest w odległości większej niż b jednostek od liczby a .
- Nierówność $|x - a| \geq b$ oznacza, że x jest w odległości większej lub równej b jednostkom od liczby a .

Przykład 1: $|x - 3| < 5$

Interpretacja: Szukamy wszystkich punktów x na osi liczbowej, które są w odległości mniejszej niż 5 jednostek od liczby 3.

- Wynik:

$$-2 < x < 8$$

lub w postaci przedziału:

$$(-2, 8)$$

Przykład 2: $|x + 4| \geq 7$

Interpretacja: Szukamy punktów x na osi liczbowej, które są w odległości większej lub równej 7 jednostkom od liczby -4 .

- Wynik:

$$x \leq -11 \vee x \geq 3$$

lub w postaci przedziału:

$$(-\infty, -11) \cup (3, \infty)$$

Przykład 3: $|x - 2| > \frac{3}{2}$

Interpretacja: Szukamy wartości x , które są w odległości większej niż $\frac{3}{2}$ jednostki od liczby 2.

- Wynik:

$$x < \frac{1}{2} \vee x > \frac{7}{2}$$

lub w postaci przedziału:

$$(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{7}{2}, \infty)$$

Przykład 4: $|x + 1| \leq 3$

Interpretacja: Szukamy punktów x , które są w odległości mniejszej lub równej 3 jednostkom od liczby -1 .

- Wynik:

$$-4 \leq x \leq 2$$

lub w postaci przedziału:

$$[-4, 2]$$

Przykład 5: $|x - 5| < 0$

Interpretacja: Wartość bezwzględna nigdy nie jest mniejsza od zera. W tym przypadku nierówność nie ma rozwiązań.

- Wynik:

$$x \in \emptyset$$

Zadanie 1

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 3| < 5$$

Zadanie 2

Rozwiąż nierówność:

$$|x + 4| \geq 7$$

Zadanie 3

Rozwiąż nierówność:

$$|2x - 5| \leq 8$$

Zadanie 4

Rozwiąż nierówność:

$$|-3x + 6| > 9$$

Zadanie 5

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 7| > 2$$

Zadanie 6

Rozwiąż nierówność:

$$|4x + 3| < 10$$

Zadanie 7

Rozwiąż nierówność:

$$|x + 1| \leq 4$$

Zadanie 8

Rozwiąż nierówność:

$$|-2x + 8| \geq 5$$

Zadanie 9

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 6| < 12$$

Zadanie 10

Rozwiąż nierówność:

$$|5x + 10| > 15$$

Zadanie 11

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 2| \geq \frac{5}{3}$$

Zadanie 12

Rozwiąż nierówność:

$$|3x + 9| < 7$$

Zadanie 13

Rozwiąż nierówność:

$$|x + 5| \leq 2$$

Zadanie 14

Rozwiąż nierówność:

$$|-4x + 12| > 20$$

Zadanie 15

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 9| < 4$$

Zadanie 16

Rozwiąż nierówność:

$$|6x - 18| \leq 24$$

Zadanie 17

Rozwiąż nierówność:

$$|x + 2| \geq 3$$

Zadanie 18

Rozwiąż nierówność:

$$|7x - 14| < 21$$

Zadanie 19

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 4| > \frac{7}{2}$$

Zadanie 20

Rozwiąż nierówność:

$$|-5x + 20| \geq 10$$

Zadanie 21

Rozwiąż nierówność:

$$|x + 6| \leq 11$$

Zadanie 22

Rozwiąż nierówność:

$$|8x - 16| > 32$$

Zadanie 23

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 1| < 3$$

Zadanie 24

Rozwiąż nierówność:

$$|-2x + 4| \leq 9$$

Zadanie 25

Rozwiąż nierówność:

$$|3x + 7| \geq 5$$

Zadanie 26

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 8| > 12$$

Zadanie 27

Rozwiąż nierówność:

$$|4x - 5| < 10$$

Zadanie 28

Rozwiąż nierówność:

$$|x + 9| \leq 6$$

Zadanie 29

Rozwiąż nierówność:

$$|-7x + 21| \geq 14$$

Zadanie 30

Rozwiąż nierówność:

$$|x - 3| < \frac{9}{2}$$

Odpowiedzi

Odpowiedź 1

$$|x - 3| < 5$$

$$x \in (-2, 8)$$

Odpowiedź 2

$$|x + 4| \geq 7$$

$$x \in (-\infty, -11) \cup (3, \infty)$$

Odpowiedź 3

$$|2x - 5| \leq 8$$

$$2 \cdot |x - \frac{5}{2}| \leq 8$$

$$|x - \frac{5}{2}| \leq 4$$

$$x \in \langle -1\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2} \rangle$$

Odpowiedź 4

$$|-3x + 6| > 9$$

$$3 \cdot |x - 2| > 9$$

$$|x - 2| > 3$$

$$x \in (-\infty, -1) \cup (5, \infty)$$

Odpowiedź 5

$$|x - 7| > 2$$

$$x \in (-\infty, 5) \cup (9, \infty)$$

Odpowiedź 6

$$|4x + 3| < 10$$

$$4 \cdot |x + \frac{3}{4}| < 10$$

$$|x + \frac{3}{4}| < \frac{5}{2}$$

$$x \in (-3\frac{1}{4}, 1\frac{3}{4})$$

Odpowiedź 7

$$|x + 1| \leq 4$$

$$x \in \langle -5, 3 \rangle$$

Odpowiedź 8

$$|-2x + 8| \geq 5$$

$$2 \cdot |x - 4| \geq 5$$

$$|x - 4| \geq \frac{5}{2}$$

$$x \in (-\infty, 1\frac{1}{2}) \cup (6\frac{1}{2}, \infty)$$

Odpowiedź 9

$$|x - 6| < 12$$

$$x \in (-6, 18)$$

Odpowiedź 10

$$|5x + 10| > 15$$

$$5 \cdot |x + 2| > 15$$

$$|x + 2| > 3$$

$$x \in (-\infty, -5) \cup (1, \infty)$$

Odpowiedź 11

$$|x - 2| \geq \frac{5}{3}$$
$$x \in (-\infty, \frac{1}{3}) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$$

Odpowiedź 12

$$|3x + 9| < 7$$
$$3 \cdot |x + 3| < 7$$
$$|x + 3| < \frac{7}{3}$$
$$x \in (-\frac{16}{3}, -\frac{2}{3})$$

Odpowiedź 13

$$|x + 5| \leq 2$$
$$x \in \langle -7, -3 \rangle$$

Odpowiedź 14

$$|-4x + 12| > 20$$
$$4 \cdot |x - 3| > 20$$
$$|x - 3| > 5$$
$$x \in (-\infty, -2) \cup (8, \infty)$$

Odpowiedź 15

$$|x - 9| < 4$$
$$x \in (5, 13)$$

Odpowiedź 16

$$|6x - 18| \leq 24$$

$$6 \cdot |x - 3| \leq 24$$

$$|x - 3| \leq 4$$

$$x \in \langle -1, 7 \rangle$$

Odpowiedź 17

$$|x + 2| \geq 3$$

$$x \in (-\infty, -5) \cup \langle 1, \infty \rangle$$

Odpowiedź 18

$$|7x - 14| < 21$$

$$7 \cdot |x - 2| < 21$$

$$|x - 2| < 3$$

$$x \in (-1, 5)$$

Odpowiedź 19

$$|x - 4| > \frac{7}{2}$$

$$x \in (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{15}{2}, \infty)$$

Odpowiedź 20

$$|-5x + 20| \geq 10$$

$$5 \cdot |x - 4| \geq 10$$

$$|x - 4| \geq 2$$

$$x \in (-\infty, 2) \cup \langle 6, \infty \rangle$$

Odpowiedź 21

$$|x + 6| \leq 11$$

$$x \in \langle -17, 5 \rangle$$

Odpowiedź 22

$$|8x - 16| > 32$$

$$8 \cdot |x - 2| > 32$$

$$|x - 2| > 4$$

$$x \in (-\infty, -2) \cup (6, \infty)$$

Odpowiedź 23

$$|x - 1| < 3$$

$$x \in (-2, 4)$$

Odpowiedź 24

$$|-2x + 4| \leq 9$$

$$2 \cdot |x - 2| \leq 9$$

$$|x - 2| \leq \frac{9}{2}$$

$$x \in \langle -2\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2} \rangle$$

Odpowiedź 25

$$|3x + 7| \geq 5$$

$$3 \cdot |x + \frac{7}{3}| \geq 5$$

$$|x + \frac{7}{3}| \geq \frac{5}{3}$$

$$x \in (-\infty, -4) \cup \langle -\frac{2}{3}, \infty \rangle$$

Odpowiedź 26

$$|x - 8| > 12$$

$$x \in (-\infty, -4) \cup (20, \infty)$$

Odpowiedź 27

$$|4x - 5| < 10$$

$$4 \cdot |x - \frac{5}{4}| < 10$$

$$|x - \frac{5}{4}| < \frac{5}{2}$$

$$x \in (-1\frac{1}{4}, 3\frac{3}{4})$$

Odpowiedź 28

$$|x + 9| \leq 6$$

$$x \in \langle -15, -3 \rangle$$

Odpowiedź 29

$$|-7x + 21| \geq 14$$

$$7 \cdot |x - 3| \geq 14$$

$$|x - 3| \geq 2$$

$$x \in (-\infty, 1) \cup \langle 5, \infty)$$

Odpowiedź 30

$$|x - 3| < \frac{9}{2}$$

$$x \in (-1\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2})$$